

Pólya elvek megvalósítása a matematikatanítási gyakorlatban

Bevezető

1. Köszönet Kmetykó Andrisnak. Hansúlyozom, hogy 12 évet tntottam középiskolában és 20 év óta van egy matematika egyetemi-érettségi előkészítő kurzusom a kiskőrösi gimnáziumban. Közvetlen kapcsolatom van a mindennapi iskolai gyakorlattal.
 2. Pólya elvek realizálása a matematikatanítási gyakorlatban. Der Mathematikunterricht Pólya különszám I – II 2010 Ambrus cikk: Der Einfluss Pólyas auf den Mathematikunterricht in Ungarn. Pólya hatása a magyar matematikaoktatásra
TMCS Pólya különszáma szerk. Ambrus. Szerzők: J. Mason (angol) A. Schoenfeld (amerikai) , K. Stacey (ausztrál), B. Rott (német). Yew Hoong Leong (singapuri)
Kovács Z, Ambrus-Barczi cikk azt vizsgálja, hogyan realizálódik a Pólya féle IV. fázis a gyakorlatban. (Visszatekintés, reflexió)
- Problemlösen in der Tradition von Pólya. (Matematikai problémamegoldás a Pólya tradícióknak megfelelően) WTM Verlag Münster. 2024
Ambrus cikk. Közelebb vinni az elméletet a gyakorlathoz.

Pólya elvek realizálása a gyakorlatban

Itthoni helyzetről

Gordon és társai: A matematikatanítás mestersége. 2007. Gondolat Budapest Büszkén vallották, hogy a magyar matematikaoktatást mintegy 100 éve a problémamegoldás jellemzi. Sajnos 10 tanárból csak 2 említette meg Pólya Györgyöt.

K.I középiskolai tanár: „Gyakorlatilag 4-5 kérdést használunk föl a Pólya listából, anélkül, hogy tudatában lennénk, hogy e kérdések Pólyától valók. Eddig nem gonndoltam a Pólya tanácsokra tudatosan, tervezem, hogy az egész listát közlöm a tanulókkal, biztos vagyok benne, hogy ez segíti majd a problémamegoldó tevékenységüket.”

Schoenfeld a Pólye elvek realizálásáról

Amikor Pólya elképzeléseinek az iskolai matematikaoktatásban való megvalósításáról beszélünk, érdemes Schoenfeldet idézni, aki Pólya tanítványa volt.

„Az oktatáskutatásba való belépésemet a „Hogyan oldjuk meg” és Pólya többi könyvének elolvasása ösztönözte. A történet rövid változata az, hogy én hittem az ötletekben, ahogy mások is, de úgy tűnt, hogy nem működtek a gyakorlatban, mert nem voltak elég konkrét ahhoz, **hogy segítsenek a tanároknak az ötleteket életre kelteni az osztályteremben.** A területen végbemenő változások, a rendelkezésünkre álló eszközök változása és a tudás több évtizedes felhalmozódása lehetővé teszi számunkra, hogy elméleti és gyakorlati előrelépéseket érzünk el. Sok szempontból azonban Georg Pólya megérzéseire és elképzeléseire vezethetők vissza, annak az óriásnak, akinek a vállán állunk. (SCHOENFELD, 2022)

Pólya: Problémamegoldási fázisok

A FELADAT MEGÉRTÉSE

TERVKÉSZÍTÉS

TERVÜNK VÉGREHAJTÁSA

A MEGOLDÁS VIZSGÁLATA

MOZAIK 6 . matematika tankönyv

Hogyan oldjunk meg feladatokat?

- Mi a kérdés?
- Vizsgáljuk meg az adatokat!
- Következtessünk visszafelé!
- Készítsünk ábrát!
- Tartsunk egyensúlyt!
- Ellenőrizzük a megoldást!
- Válaszoljunk a kérdésre!

Tanári reagálások H.R. „A „Hogyan oldjunk meg feladatokat?” tankönyvi fejezetet (MOZAIK 6) kihagyjuk, a kerettanterv által erre szánt 2-3 hét alatt gyakorolunk, pótoljuk a korábbi tananyagok elsajátítása során tapasztalt hiányosságokat.”

P.K közlése alapján. Egy nagyvárosi 8 osztályos gimnázium matematika tanára 5. osztályban a szöveges feladatok megoldása során azt mondta diákjainak: Mi már vagyunk olyan okosak, hogy nem rajzolunk, nem használunk szakaszokat, hanem egyből fölírjuk a megfelelő egyenletet. (szegény gyerekek!)

Heurisztika a singapuri matematika tantervben (10-14 évesek)

1. 1. Játszd el! 2. Használd az ábrát, modellt! 3. Próbálkozz! 4. Készíts egy listát! 5. Keress bármilyen szabályszerűséget! 6. Dolgozz visszafelé! 7. Használd az előtte ill. utána fogalmakat! 8. Fogalmazz meg feltevéseket! 9. Fogalmazd át a problémát! 10. Egyszerűsítsd a feladatot! 11. Oldd meg a feladat egy részét! (10-12 évesek) 12. Gondolj egy rokon (analog) feladatra! 13. Használd egyenleteket! (12-14 évesek)

Felfedezetteti vagy nem felfedezetteti?

Pólya egy Köznevelés interjúban mondta *Már Szókratész megmondta, hogy a legjobban azt tanuljuk meg, amivel magunk kínlódnak, dolgozunk, aminek a titkait magunk fedezzük föl.* Ebből a gondolatból nőtt ki az a korszerű tanítási-tanulási elv, amit az angol „active learning”-nek, a német „Arbeitsprinzip”-nek, a magyar „munkáltató” vagy „tevékenykedtető” tanításnak nevez. Attól azonban, hogy kijelentjük, máttól fogva legyen aktív, önálló a diák tanulása – egyetlen diák sem változik egyik napról a másikra önállóan tevékenykedő emberré. Még valami kell a dologhoz, a jó motiváció, a jó ösztönzés. *A legjoob ösztönzőerő pedig az érdekes, izgalmas probléma, amely viszonylag közel áll a diákhoz, és amelynek a megoldása igazi örömet okoz. Örömet azért is, mert maga jöhetett rá – persze néha tanári segítséggel – a megoldás útjaira, módjaira.*

A csak részben irányított tanítás-tanulás többféle nevet kapott: minimálisan irányított tanulás, problémalapú, problémaközpontú, felfedezetteti, kutatásalapú tanítás-tanulás.

Tanarak:K.I. „Így tehát egy nagy loholás az év. Szinte minden órán új anyag, témakör végén egy óra gyors összefoglalás. Felfedeztetés, projektmunkák bemutatása, egy-egy feladat fölötti ötletelés, elmélkedés... erre sajnos nem igazán van idő, legfeljebb emelt matekon, azon a heti plusz egy órán.”

Katz S: Csakhogy heti 3-4-5 órában nincs idő feledezni mindazt, amire a sikeres szerepléshez szüksége van..

Az a tapasztalatom, hogy ahhoz, hogy egy módszert, ötletet alkalmazásképesen elsajátítsanak a tanulók, azzal legalább háromszor kell találkozniuk. (Időben jól elkülönült esetekben, egyszer megoldott 3 feladat nem helyettesíti a többszöri találkozást.

- Egyszer, amikor megmutatják nekik, vagy rávezetik őket.
- Gyakorlási fázis. Ismétléssel fel kell eleveníteni a tanult módszert, egyszerű feladatok megoldásával.
- Az a legjobb, ha harmadszor már valamivel összekapcsolva, összehasonlítva kerül felelevenítésre. A tanult ötlet, módszer be van ágyazva egy komplex feladatba.

Tudományos válaszok a föltett kérdésre

De Groot holland pszichológus sakkozókat vizsgált. Egy konkrét sakkállást 5 másodpercig nézhették, majd rekonstruálni kellett az eredeti állást. Ha konkrét sakkjátszmából vett állás volt, 70%-ban sikeres volt a reprodukció, ha csak véletlen elrendezés volt 40%. Kövekeztetés: a versenyzők hosszú évek során több tízezer állást és az azokhoz tartozó legjobb lépéseket tárolják. A kutatók ezt az elvet kiterjesztették más területi pl matematikai problémamegoldásra is.

A minimális irányítású oktatással kapcsolatos kísérletek nem igazolták a módszer kizárólagosságát.

A másik ellenérv a memóriarendszerünk felépítése: munkamemória (kapacitás és időkorlát) hosszútávú memória sémákban tárolja az információt, ezek előhívása a munkamemóriában megszünteti a kapacitás és idő problémát is. Ez a két tény – hogy a munkamemória nagyon korlátozott az új információk kezelésekor, de nem korlátozott a hosszú távú memóriában tárolt szervezett információk kezelésekor – megmagyarázza, hogy a részben vagy minimálisan irányított oktatás általában miért nem hatékony a kezdők számára, de ez **hatékony a szakértők- több tudással, tapasztalattal rendelkező tanuló számára**. Ha megoldandó problémát kapnak, a kezdők egyetlen erőforrása a nagyon korlátozott munkamemóriájuk. A szakértők azonban mind munkamemóriájukat, mind pedig az összes releváns tudást és készséget a hosszú távú memóriában tárolják.

Az 1960-as évek elején érthető volt a részleges vagy minimális útmutatás ajánlása a kezdőknek, amikor az elismert pszichológus, Jerome Bruner a felfedező tanulást javasolta oktatási eszközként. Abban az időben a kutatók keveset tudtak a munkamemóriáról, a hosszú távú memóriáról és azok interakciójáról. Most egészen más környezetben vagyunk; sokkal

többet tudunk a munkamemória és a hosszú távú emlékezet felépítéséről, funkcióiról, jellemzőiről, a köztük lévő kapcsolatokról, és ezek következményeiről a tanulásra, problémamegoldásra és kritikai gondolkodásra. Sokkal több kísérleti bizonyítékunk is van arra vonatkozóan, hogy mi számít hatékony oktatásnak: **az ellenőrzött kísérletek szinte egyöntetűen azt mutatják, hogy amikor új információkkal foglalkoznak, a tanulóknak egyértelműen meg kell mutatni minden lényeges információt, beleértve azt is, hogy mit és hogyan kell csinálni.**

Katz Sándor bonyhádi matematikatanár mondta jó régen: „Ha azt akarod, hogy tanulóid eredményesen szerepeljenek a matematika versenyeken, legalább 2-3000 fogást, trükköt, lépéssorozatot meg kell tanítanod neki, vele. Heti 3-4-5 órában nincs idő felfedeztetni mindazt, amire a sikeres szerepléshez szükség van.

Azt szoktam mondani a tanulóknak, hogy a fejekben ki kell alakítani egy adatbázist, amely fogalmakat, tételeket, eljárásokat, ötleteket tartalmaz. Ehhez kell még egy hatékony keresőprogram, amely az új feladat elemét összehasonlítja az adatbázis elemeivel.

Mi tanárok folyamatosan igyekszünk megtalálni az egyensúlyt az időigényes felfedeztető módszer és az ötletek (majdnem) készen találása között. Ez utóbbit úgy lehet mégis hatkonnyá tenni, ha jól bejártjuk.”